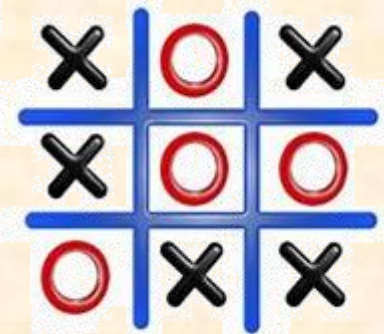


Игры с полной информацией. Дерево игры.

Игры с полной информацией — игры в которых *в любой момент каждому игроку известно всё, что произошло в игре к этому моменту и какие ходы возможны.*

Это, например, такие игры, как шахматы, шашки, «крестики-нолики».

Игры, исход которых *хотя бы частично зависит от случая* например, большинство карточных игр, игральные кости, «морской бой», — **не являются играми с полной информацией.**



Игры с полной информацией. Дерево игры.

Игроки — это **участники игры**. В играх с двумя игроками, будем называть Первый и Второй.

Позиция игры — это **то, что в какой-то момент получилось** при игре двух игроков.

Ход игры **изменяет позицию**. Игроки делают ходы поочерёдно. Первый ход всегда делает Первый.

Начальная позиция — это **позиция**, которая **имеется перед началом игры**.

Заключительная позиция — такая **ситуация в игре**, после которой **игра продолжаться не может**.

Партия игры — это **один тур игры** двух игроков. Партию игры можно представить в виде **последовательности позиций**, которая **начинается с начальной позиции и заканчивается одной из заключительных** позиций. Выигрыш в партии определяется по заключительной позиции.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Правила игры:

- описывают *начальную позицию*;
- определяют, какие *ходы* возможны в игре;
- описывают все возможные *заключительные позиции* и для каждой заключительной позиции указывают каков *исход партии* — выиграл Первый, выиграл Второй или партия закончилась вничью.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

ПРАВИЛА ИГРЫ *КАМЕШКИ*

Начальная позиция. Куча камешков (5 штук и больше). Вместо камешков можно использовать любые мелкие предметы — пуговицы, фасоль, палочки, скрепки.

Возможные ходы. Игрок забирает из кучи разрешённое число камешков. Это число определяется дополнительными правилами игры.

Как определить победителя. Заключительная позиция игры — это пустая куча камешков. При этом игрок, который забрал последний камешек из кучи, считается выигравшим (и, значит, в этой игре ничьих не бывает).

В игре *Камешки* **неважно, какие** именно **камешки были** в куче до начала игры **и какие** именно камешки **забирает игрок** на своём ходу. **Важно** только то, **сколько камешков было до начала и сколько их осталось после каждого хода.**

Игры с полной информацией. Дерево игры.

ВАРИАНТ ИГРЫ КАМЕШКИ

Начальная позиция. 6 камешков.

Возможные ходы. Игрок забирает из кучи 1 или 2 камешка за один ход.

Как определить победителя. Заключительная позиция игры — это пустая куча камешков. При этом игрок, который забрал последний камешек из кучи, считается выигравшим.

*Последовательность **W** позиций партии игры Камешки изображает только одну партию.*

Игры с полной информацией. Дерево игры.

ПАРТИЯ ИГРЫ КАМЕШКИ

Последовательность W позиций партии игры Камешки

$$W = \{ 6, 4, 3, 2, 0 \}$$

Позиции, которые получились после ходов **Первого**, помечены в последовательности W **красным** цветом.

Позиции, которые получились после ходов **Второго**, **синим**.

Первый член последовательности W — это начальная позиция, второй член — позиция после первого хода

Последний член последовательности W — заключительная позиция.

Заклучительная позиция получилась в результате хода

Второго: Второй забрал 2 оставшихся камешка и выиграл в партии W .

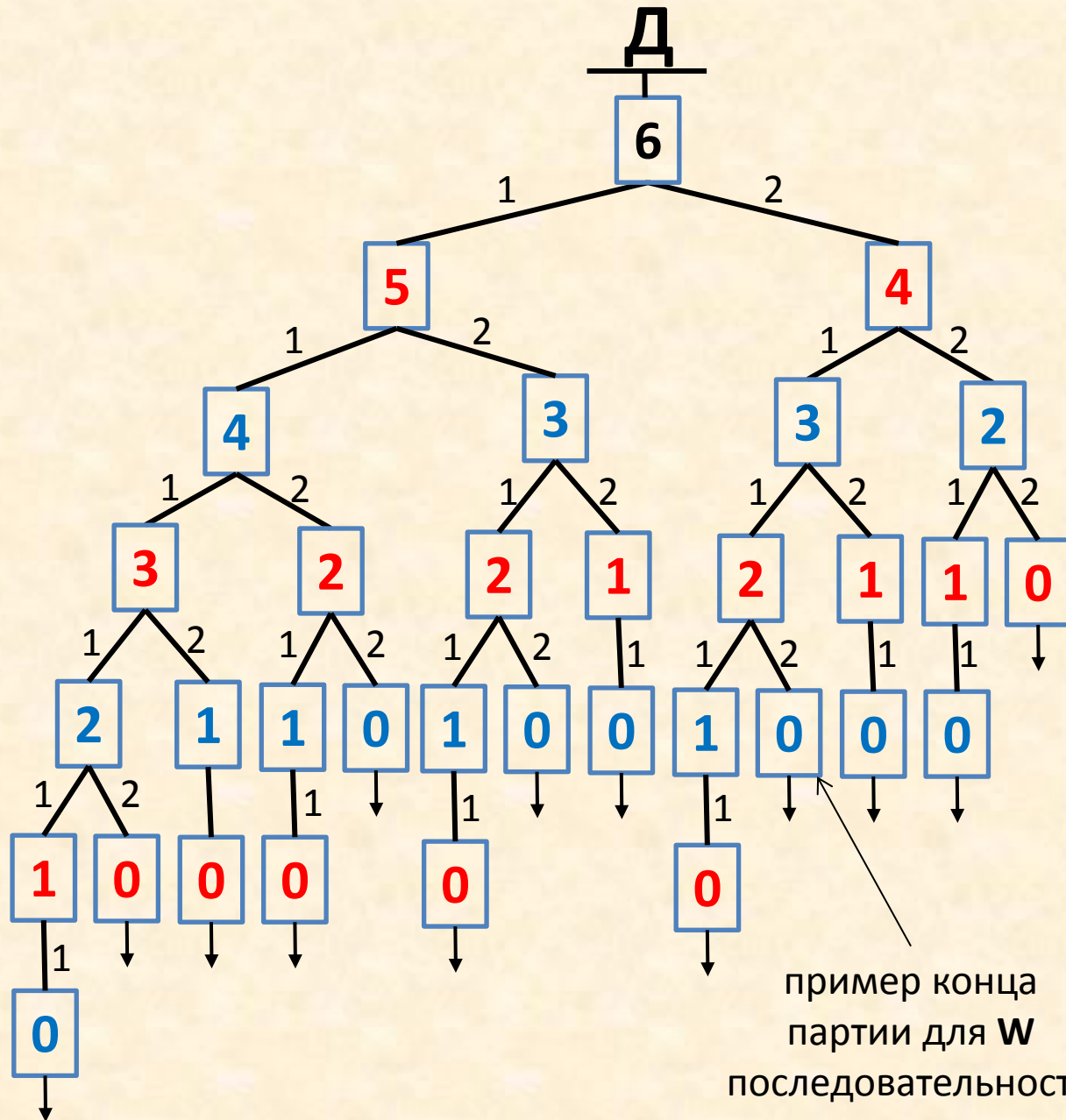
Игры с полной информацией. Дерево игры.

Деревом игры называется *дерево перебора* всех возможных партий игры с данными правилами.

Единственной **корневой вершиной** дерева игры является начальная позиция, **вершинами первого уровня** — все позиции, возможные после первого хода, **вершинами второго уровня** — все позиции, возможные после второго хода, и т. д. **Листья дерева игры** — это заключительные позиции.

Позиции игры *Камешки* после ходов Первого помечены в дереве Д красным, а после ходов Второго — синим. Каждое ребро дерева помечено числом, которое показывает, сколько камешков забрал игрок на этом ходу (смотрите рисунок дерева).

Игры с полной информацией. Дерево игры.



← 0 уровень

← 1 ход

← 1 уровень

← 2 ход

← 2 уровень

← 3 ход

← 3 уровень

← 4 ход

← 4 уровень

← 5 ход

← 5 уровень

← 6 ход

← 6 уровень

пример конца
партии для **W**
последовательности

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 209. Построй последовательность позиций такой партии игры *Камешки* (начальная позиция — 11 камешков, разрешается брать 1, 2 или 3 камешка за один ход), в которой выиграл Первый. Позиции изображай числами. Теперь построй последовательность позиций другой партии (той же игры), в которой выиграл Второй.

Пример последовательности для выигрыша Первого игрока:

$$A = \{ 11, 8, 5, 4, 3, 0 \}$$

Пример последовательности для выигрыша Второго игрока:

$$B = \{ 11, 8, 7, 5, 4, 2, 0 \}$$

Начальная позиция. 11 камешков.

Возможные ходы. Разрешается брать 1, 2 или 3 камешка за 1 ход.

Заключительная позиция. Пустая куча камешков. При этом игрок, который забрал последний камешек из кучи, считается выигравшим.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 210. Устройте мини-соревнование с соседом по парте — сыграйте 8 партий в *Камешки* (начальная позиция — 7 камешков, разрешается брать 1 или 2 камешка за один ход). Начинайте игру по очереди: пусть один из вас играет Первым в партиях с чётными номерами, а другой — с нечётными. Пусть за каждую победу игрок получает 1 очко, а за поражение — 0 очков. Сколько раз в вашем соревновании выиграл Первый?

Начальная позиция. 7 камешков.

Возможные ходы. Разрешается брать 1 или 2 камешка за 1 ход.

Заключительная позиция. Пустая куча камешков. При этом игрок, который забрал последний камешек из кучи, считается выигравшим.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 211. Нарисуй дерево **Б** игры *Камешки* (начальная позиция — 5 камешков, разрешается брать 1 или 2 камешка за один ход). Запиши позиции, которые получились в результате хода Первого, красным, а позиции, которые получились в результате хода Второго, синим. Обведи фиолетовым листья дерева **Б**, соответствующие партиям, в которых выиграл Первый. Обведи зелёным листья, соответствующие партиям, в которых выиграл Второй.

Начальная позиция. 5 камешков.

Возможные ходы. Разрешается брать 1 или 2 камешка за 1 ход.

Заключительная позиция. Пустая куча камешков. При этом игрок, который забрал последний камешек из кучи, считается выигравшим.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 212. Реши задачу, построив дерево перебора вариантов.

В школьной столовой продают шоколадки по 15 р. и мороженое по 12 р. за порцию. У Оли есть 102 р. Сколько Оле нужно купить шоколадок и сколько порций мороженого, чтобы истратить все свои деньги? Найди все возможные варианты такой покупки.

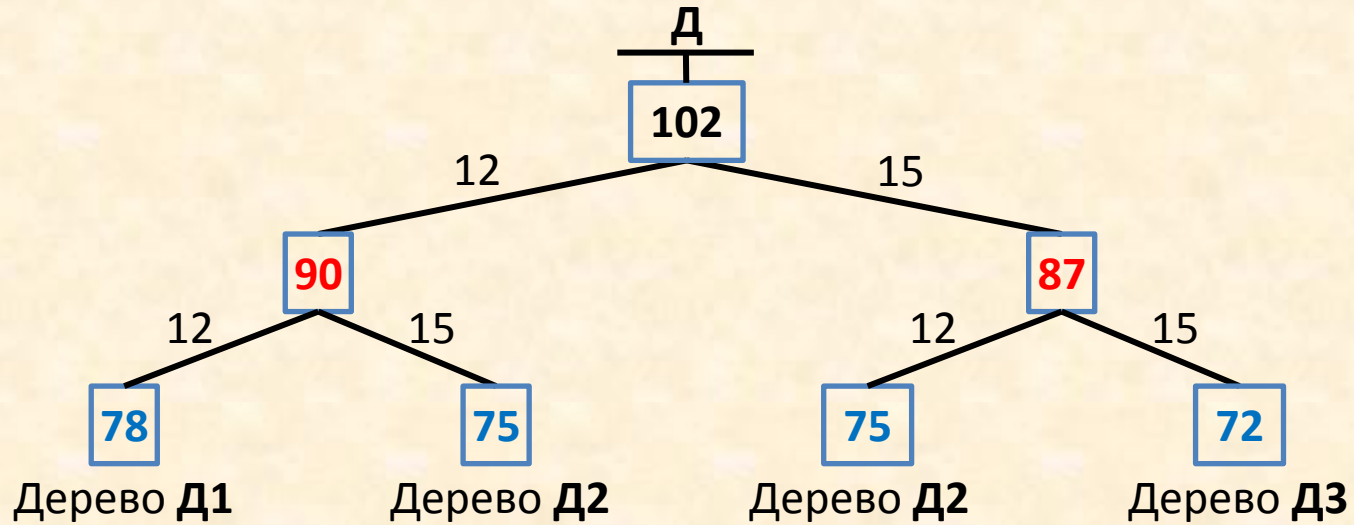
Начальная позиция. 102 рубля.

Возможные ходы. Разрешается тратить 12 или 15 рублей за 1 ход.

Заключительная позиция. 0 рублей. Победитель не определяется.

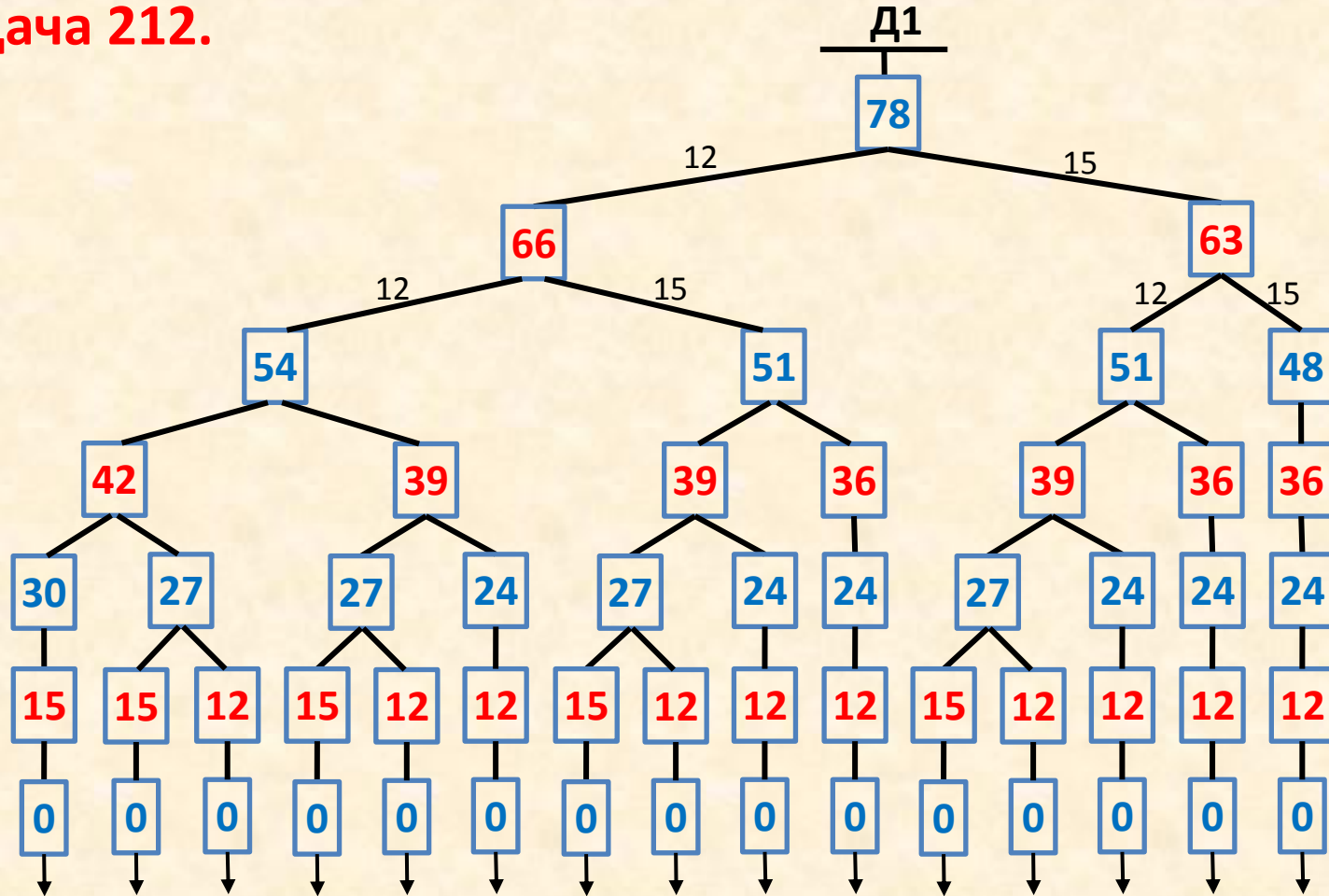
Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 212.



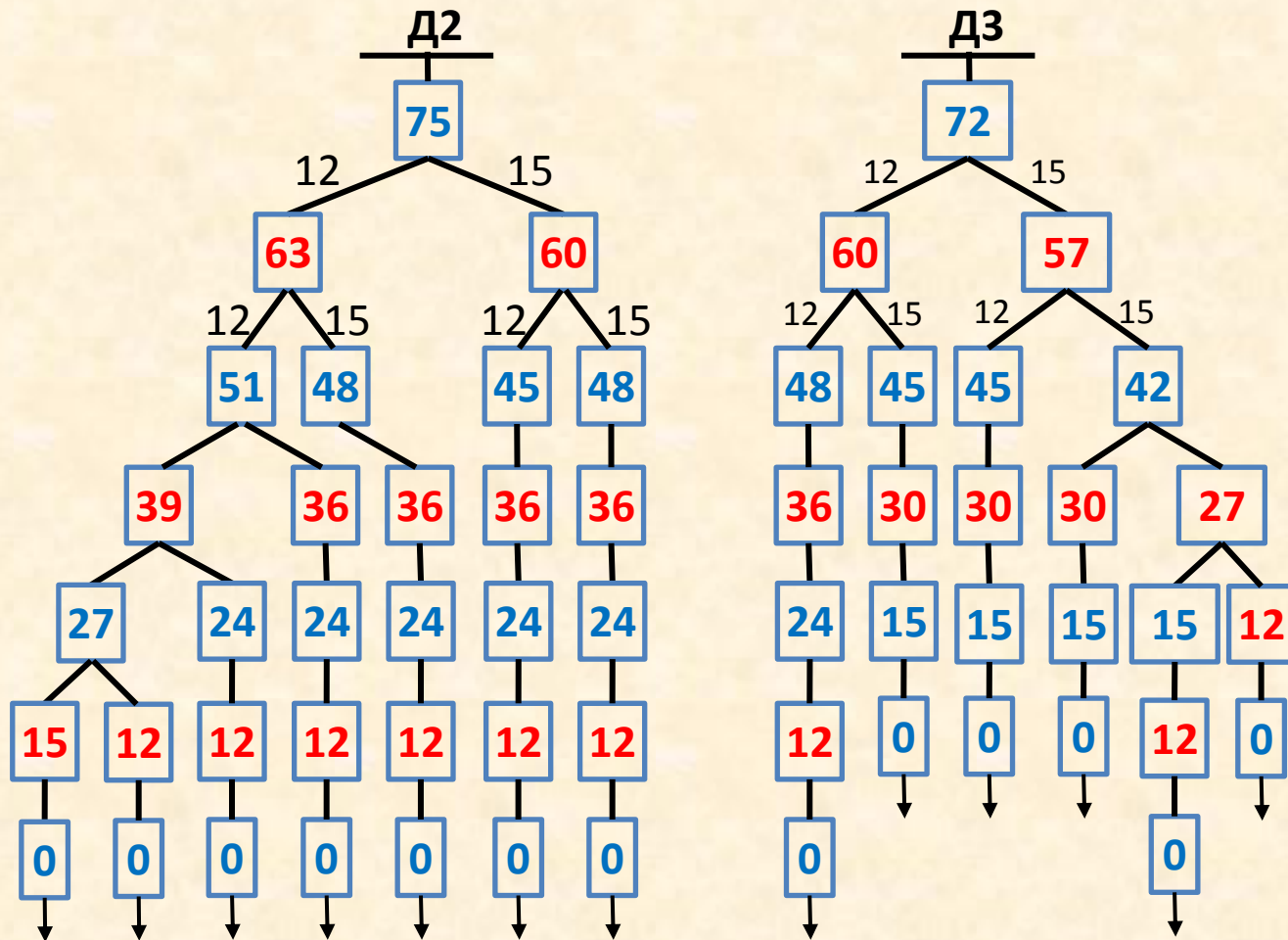
Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 212.



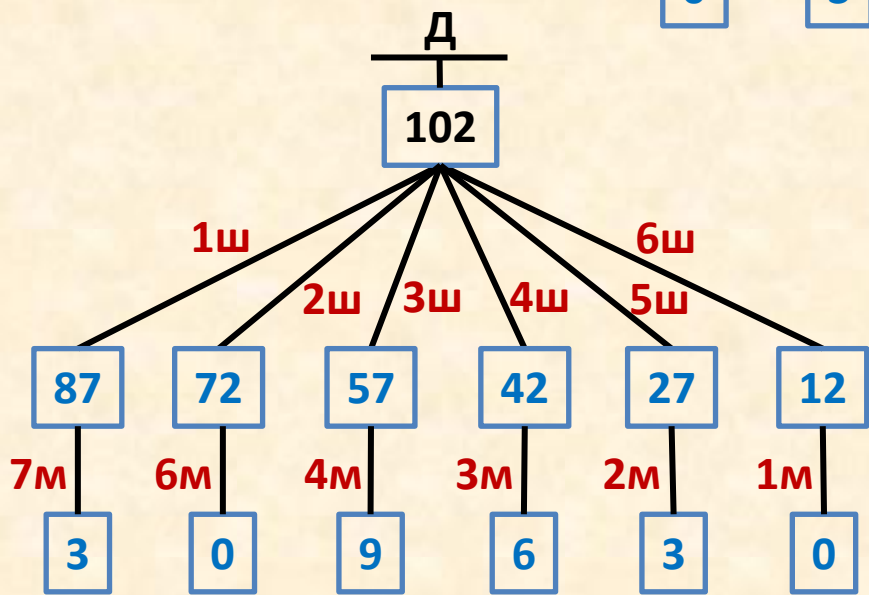
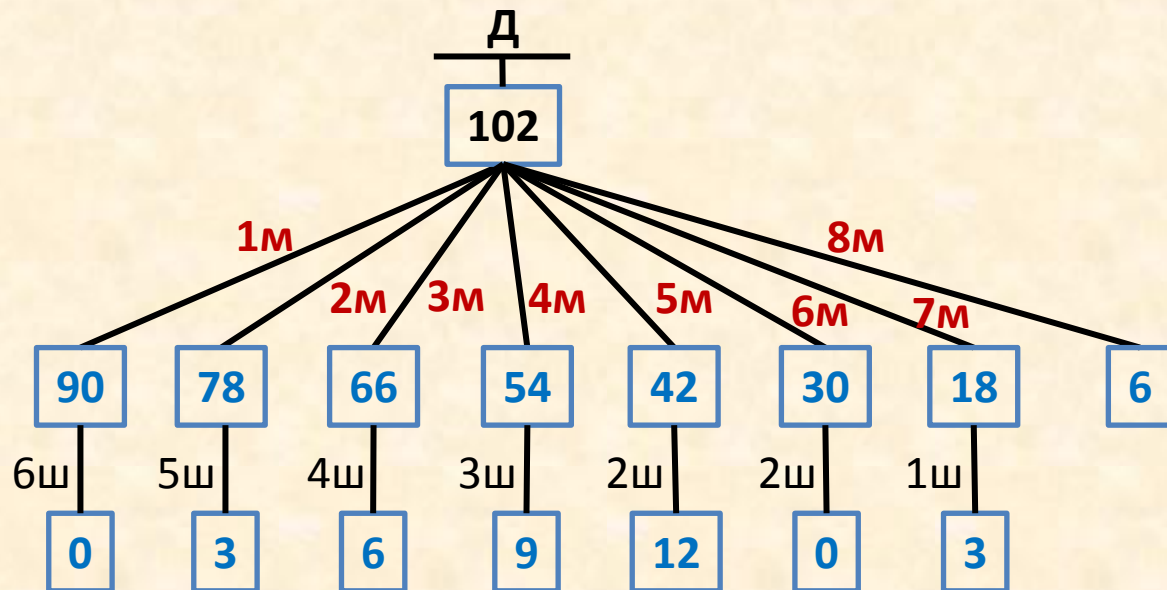
Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 212.



Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 212.



Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 213. Прочитай описание игры *Крестики-нолики*. Игра ведётся на поле размером 3x3 клетки. В игре принимают участие два игрока, которые делают ходы по очереди. Во время хода игрок рисует свой значок в свободной клетке поля. Первый игрок рисует крестики, второй игрок рисует нолики. Если на поле возник ряд из трёх крестиков (по горизонтали, по вертикали или по диагонали), то выиграл первый игрок; если возник ряд из трёх ноликов, то выиграл второй игрок. Если все клетки поля заполнены значками, но ряда из трёх одинаковых значков не возникло, то игра закончилась вничью.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 213. (Продолжение.) Сформулируй правила этой игры по образцу:

Начальная позиция. ...

Возможные ходы. ...

Как определить победителя. В этой игре заключительные позиции бывают трёх видов:

... (выиграл Первый);

... (выиграл Второй);

... (партия закончилась вничью).

Нарисуй примеры заключительных позиций каждого из трёх видов, подпиши свои рисунки — напиши, кто выигрывает при такой заключительной позиции.

Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 215. Построй последовательность **A** позиций такой партии игры *Камешки* (начальная позиция — 5 камешков, разрешается брать 1, 2 или 4 камешка за один ход), в которой на третьем ходу выиграл Первый.

Построй последовательность **Б** позиций такой партии той же игры, в которой на четвёртом ходу выиграл Второй.

Теперь построй дерево **B** этой игры. Найди в дереве **B** путь, равный последовательности **A**, и обведи лист, соответствующий этому пути, **красным**. Найди в дереве **B** путь, равный последовательности **Б**, и обведи лист, соответствующий этому пути, **синим**.

Начальная позиция. 5 камешков.

Возможные ходы. Разрешается брать 1, 2 или 4 камешка за 1 ход.

Заключительная позиция. Пустая куча камешков. При этом игрок, который забрал последний камешек из кучи, считается выигравшим.

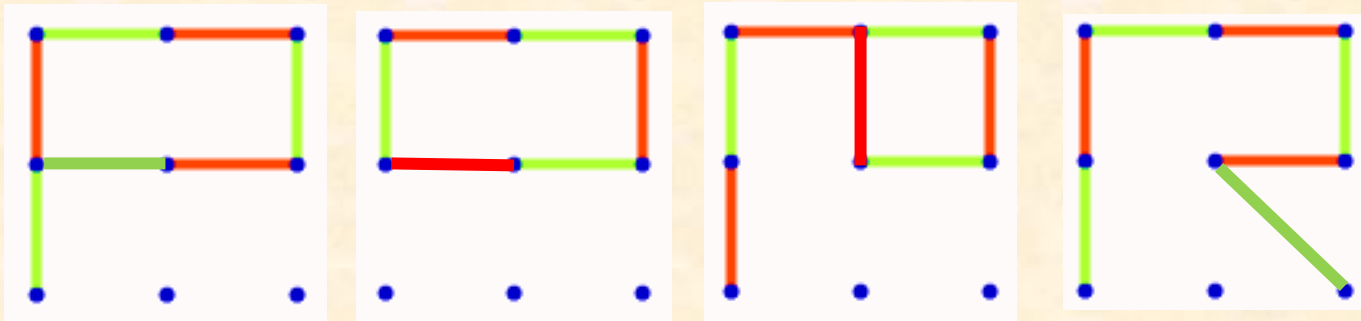
Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 216. ПРАВИЛА ИГРЫ *ПОЛЗУНОК*

Начальная позиция. Игровое поле стоит из нескольких рядов точек, расположенных в прямоугольнике.

Возможные ходы. На первом ходу Первый соединяет горизонтальным или вертикальным отрезком две любые соседние точки. На каждом из следующих ходов игрок проводит горизонтальный или вертикальный отрезок, соединяющий один из концов получившейся до этого ломаной линии, с какой-нибудь соседней точкой, через которую линия ещё не прошла.

Такие ходы не разрешены:



Игры с полной информацией. Дерево игры.

Задача 216.

Как определить победителя. Игра заканчивается, если очередной ход сделать нельзя. Выигрывает игрок, который сделал последний ход.

Рассмотри последовательность S позиций партии игры *Ползунок* на поле 4x3 точки. Ходы Первого помечены зелёным, ходы Второго — оранжевым. Ответь на вопросы:

- Сколько ходов было сделано в этой партии?
- Сколько ходов сделал Первый и сколько — Второй?
- Кто выиграл?

